

點到平面的距離公式（到平面 ABC 的距離，三階行列式形式）

（資料來源：龍騰教師手冊）

設 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$ 為空間中相異四點。我們可以得到點 D 到平面 ABC 的距離公式。

因為由 $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$, $\vec{AC} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1)$,

$\vec{AD} = (x_4 - x_1, y_4 - y_1, z_4 - z_1)$ 可以張出一個平面四面體，

所以點 D 到平面 ABC 的距離就是點 D 到由 \vec{AB} , \vec{AC} 張出之平行四邊形為底面的高，

又因為高 = $\frac{\text{體積}}{\text{底面積}}$ ，

所以我們由點 D 到平面 ABC 的距離等於

$$\frac{\left| \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} \right|}{\sqrt{\left| \begin{vmatrix} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} \right|^2 + \left| \begin{vmatrix} z_2 - z_1 & x_2 - x_1 \\ z_3 - z_1 & x_3 - x_1 \end{vmatrix} \right|^2 + \left| \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \right|^2}}$$

利用這一個公式，當我們知道 A , B , C , D 四點的坐標時，利用電腦軟體可以很快的計算出點 D 到平面 ABC 的距離。