過圓上一點的切線公式

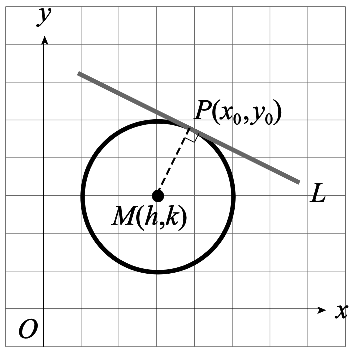
（資料來源：龍騰教師手冊）

過圓上一點的切線公式

設圓 $C:(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$，$P(x_0,y_0)$ 為圓 C 上一點，則過 P 點的切線方程式為

$$(x_0-h)(x-h)+(y_0-k)(y-k)=r^2 \ .$$

設 $P(x_0,y_0)$ 為圓 $C:(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ 上一點，L 為通過 P 的切線，則 L 的方程式可設為 $y-y_0=m(x-x_0)$，如圖所示．



因為 $M(h,k)$ 為圓 C 的圓心，$P(x_0,y_0)$ 是切點，$\overline{MP}$ 垂直 L，
所以 $\overline{MP}$ 的斜率與 L 的斜率乘積為 -1，即

$\left(\dfrac{y_0-k}{x_0-h}\right)\cdot m=-1$，得 $m=-\dfrac{x_0-h}{y_0-k}$，代入 L 方程式

得

$$y-y_0=-\frac{x_0-h}{y_0-k}(x-x_0),$$

整理得

$$(x_0-h)(x-x_0)+(y_0-k)(y-y_0)=0, \qquad ①$$

又因為 $P(x_0,y_0)$ 在圓 C 上，所以

$$(x_0-h)^2+(y_0-k)^2=r^2, \qquad ②$$

將①②兩式相加，整理得

$$(x_0-h)(x-h)+(y_0-k)(y-k)=r^2 \ .$$

這就是切線 L 的方程式．

特別的，當圓 C 的圓心為 $O(0,0)$ 時，切線方程式就簡化為 $x_0x+y_0y=r^2$ ．