

$\sqrt{2}$ 的連分數化法

(資料來源：龍騰教師手冊)

$\sqrt{2}$ 介於 1 和 2 之間，我們取 $x > 1$ ，並令 $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{x}$ ，則

$$\frac{1}{x} = \sqrt{2} - 1 = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1} = \frac{1}{\sqrt{2}+1}.$$

因此， $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ，右式裡的 $\sqrt{2}$ 我們可以再換成 $1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ，

如此重複代換下去，可以得到 $\sqrt{2}$ 的連分數表示式：

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}}.$$