

黃金比例

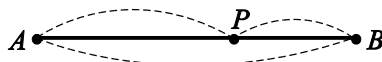
(資料來源：龍騰教師手冊)

黃金比例是古希臘數學家歐幾里得（西元前 325 年～前 265 年）在其《幾何原本》一書中所提出來的問題：

若 P 為線段上一點， P 將線段分成長、短兩段，使得

「全段：長段 = 長段：短段」，

那麼此種分割方式就叫作「黃金分割」，而其比值稱為「黃金比例」。



我們設長段 \overline{AP} 為 x ($x > 0$)，短段 \overline{BP} 為 1，依據黃金分割的定義，可導出 $(x+1):x = x:1$ 。即 $\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$ ，

$$\text{解得 } x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618 .$$

有趣的是：如果把長段當作 1，短段設為 x ，那麼短段與長段的比例約等於 0.618；事實上，因為

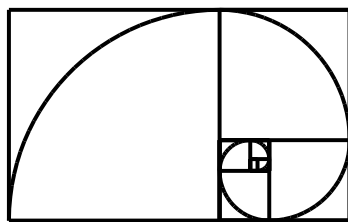
$$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618 ,$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618 ,$$

兩個數的差剛好等於 1。

從古至今，黃金比例被大量運用在建築、雕塑、美術、甚至音樂上，從古希臘的巴特能神殿、正五邊形、五角星、費布那西數列、股票價格的波動、生物的生長、美學、金字塔等無所不在。

長、寬比值為 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 的矩形稱做黃金矩形，古希臘人相信，一個使用黃金比例所構成矩形最能符合美學觀點，也因此他們把黃金比例運用在很多建築物上。我們看的書、報、雜誌，其紙張的裁切寬與長之比就接近黃金比例，如 8 開、16 開、32 開等，都近似於黃金矩形。黃金矩形還有許多特性，例如從黃金矩形中去掉一個邊長為短邊的正方形，即能得到一個較小的黃金矩形。照這種方式無限地進行下去，然後將擴增的正方形頂點依序連接起來，將得到黃金螺線。黃金螺線普遍存在於自然界中，鸚鵡螺即是最著名的例子。



一般人認為，黃金比例是最和諧也是合乎美學的比例：普通樹葉的寬與長之比；蝴蝶身長與雙翅展開後的長度之比；如果以牛馬虎的前肢為界作一垂直虛線將軀體分為兩部分，其水平長度之比也都符合黃金比例。