

中央極限定理

(資料來源：龍騰教師手冊)

(1) 中央極限定理 (Central Limit Theorem) 是機率理論及統計學中最重要且常用的結果之一。有時也稱為常態收斂定理，主要是指從平均數為 μ ，標準差為 σ 的母體中，隨機地抽取大小為 n 的獨立樣本 x_1, x_2, \dots, x_n 。當樣本數夠大時，其樣本平均 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ 減掉平均數 μ 再除以標準差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ，將會趨近平均數為 0，標準差為 1 的常態分布 (normal distribution)。或者是說當樣本數 n 夠大時，樣本和 $S_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ 減掉平均數 $n\mu$ 再除以標準差 $\sqrt{n}\sigma$ ，將會趨近平均數為 0，標準差為 1 的常態分布，即

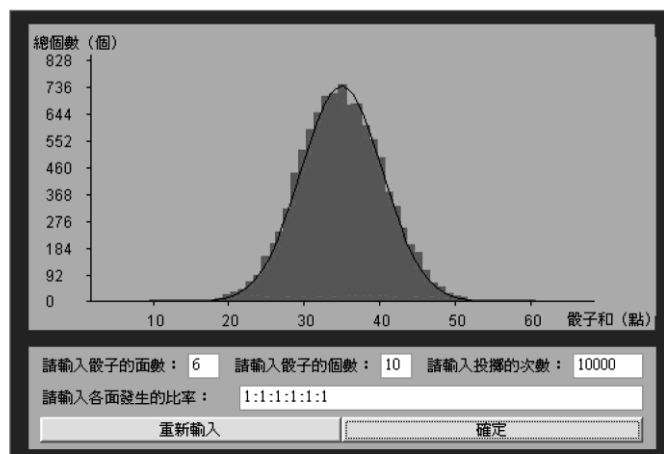
$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} N(0,1) \quad \text{或} \quad \frac{S_n - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} N(0,1) .$$

所以 S_n 的圖形看起來將會很像常態分布的鐘形。

(2) 中央極限定理模擬實驗

模擬實驗的網址為

<http://www.math.nsysu.edu.tw/StatDemo/CentralLimitTheorem/CentralLimit.html> .



在這 Applet 中，藉由模擬擲骰子所得到的點數和 S_n 會趨近常態分布，來闡述中央極限定理的基本概念。對一般的母體而言，當樣本數 n 夠大時， S_n 會趨近 $N(n\mu, n\sigma^2)$ 。因此對 S_n 畫直方圖所得到的結果會隨著 n 的加大而愈趨近此常態分布的鐘形。此 Applet 將會把 S_n 所會趨近的常態分布的分布線給畫出來，用來跟所畫出來的常態直方圖作比較。由過去的實驗及文獻可以知道，只要投擲的骰子數大於等於 30 個，所得的圖形將與常態分布非常的相近。而這個程式所做的模擬也的確與這個結論相吻合。